7Н

УДК 005.311.6

М.В. Новиков
Таганрогский институт управления и экономики (ТИУиЭ), Россия
mailmichael.novikoff@gmail.com

Синтез модели оптимальной фильтрации сигнала для принятия решений на рынке ценных бумаг на основе модуляции его полезности

Система принятия решений на фондовом рынке в условиях неопределенности основана на использовании достоверной информации о состоянии рынка ценных бумаг. Решение этой задачи возможно путем фильтрации полезного сигнала из всего информационного потока, которая может быть осуществлена на основе синтеза многоуровневой системы моделей, взаимосвязанных по критерию оптимума полезности: модели Фридмена – Сэвиджа и модели оптимума номинала. В эту систему включается модифицированный к условиям рынка ценных бумаг гребенчатый фильтр, модулированный полезностью по критерию оптимума номинала цены активов предприятия, формируемой на торговой площадке фондовой биржи.

Принятие инвестиционных решений на основе ожидаемой полезности. Инвестору часто приходится сталкиваться с проблемой соотнесения доходности ценной бумаги с рисками ее приобретения. Для таких объектов управления, как ценная бумага, оптимум возможен: а) для доходных ценных бумаг – при максимуме риска; б) для низкодоходных ценных бумаг – при реализации процедуры страхования. Анализ этих ситуаций показывает, что необходимо определить оптимальные значения принятых решений в области возможных предпочтений максимума риска процедуре страхования. В этом случае в процедуру принятия решений целесообразно включить модель Фридмена – Сэвиджа [1], позволяющую определить оптимум специально конструируемой функции полезности принимаемого решения с точки зрения системы функционирования РЦБ (вторая составляющая теоретической базы исследования).

М. Фридменом и Л.Дж. Сэвиджем предложена формальная модель, описывающая поведение потребительских единиц (в данном случае – покупателя ЦБ) в условиях риска, основываясь на положениях теории ожидаемой полезности в рамках модели Неймана – Моргенштерна [2]. М. Фридмен и Л.Дж. Сэвидж выстраивают формальную модель (далее по тексту – модель ФС), рассматривая два случая: страхование и азартная игра [1].

Будем считать процесс выбора стратегии страхования по отношению к стратегии риска (и обратный) основным процессом принятия решений в рамках существования глобальной стратегии в данной системе выбора.

Множество альтернатив при выборе в условиях риска предполагает наличие вероятностных распределений возможных доходов. Согласно ожидаемой полезности НМ, если вероятность получения дохода I_1 равна p, то вероятность получения дохода I_2 равна $(1\text{-}p)$, где $0<p<1$. Соответственно проигрышем может считаться не только отрицательная величина дохода I, но и величина упущенной выгоды $I_1 - I_2 < 0$. В целях

упрощения изложения модели ФС положим $I_2 > I_1$. Рисковые альтернативы обозначим α_1, альтернативы, позволяющие получить гарантированный доход, обозначим α_2.

Наличие в модели ФС не рисковых альтернатив α_2, приносящих надежный доход I_0, справедливо, так как в процессе выбора они представляют собой и реальные, и альтернативные издержки. Издержки реальные в случае, когда I_0 – текущий доход покупателя ЦБ, который является ресурсом для реализации рисковой альтернативы.

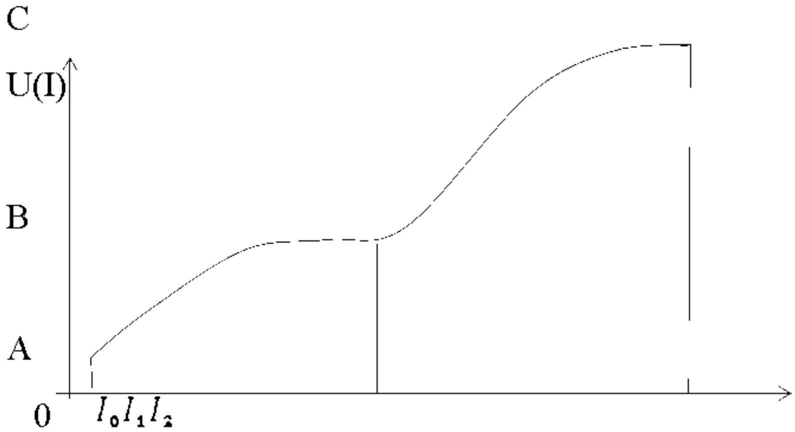


Рисунок 1 – Функция полезности, совместимая со страхованием и игрой в азартные игры

Опираясь на вышеизложенные допущения, положим полезность альтернативы α_2 – $U(I_0)$, а ожидаемую полезность α_1 [2]:

$$\overline{U}(\alpha_1) = p \cdot u(I_1) + (1 - p) \cdot u(I_2), \quad (1)$$

где $U(\alpha_1)$ – ожидаемая полезность рисковой альтернативы (α_1). В соответствии с моделью НМ покупатель ЦБ выберет α_1, если $\overline{U} > u(I_0)$; выберет α_2, если $\overline{U} < u(I_0)$; и ему будет безразлично, какую альтернативу выбирать, если $\overline{U} = u(I_0)$.

Пусть функция полезности, совместимая со страхованием и игрой в азартные игры, имеет вид, представленный на рис. 1 [1]. График функции полезности отражает тот факт, что покупатель ЦБ готов жертвовать частью ожидаемого дохода в целях страхования от возможных убытков в случае, если кривая полезности имеет выпуклую форму, т.е. предельная полезность денег не возрастает с уменьшением вероятности выигрыша.

Комплексный подход использования задачи оптимума номинала и модели Фридмена – Сэвиджа. Для обоснования полезности локальных управленческих решений (обоснования величины дохода при выбранной цене ЦБ по отношению к номинальному ее значению) представляет особый интерес совмещение моделей оптимума номинала с моделью ФС. Такое совмещение позволит выстроить иерархию принятия решений в соответствии с этапами реализации этого процесса и рассмотреть «промежуточные» альтернативы.

Сочетание обобщенной функции эффективности оптимума номинала и модели Фридмена – Сэвиджа позволяет сформировать систему моделей принятия решений на РЦБ. Такое совместное использование метода оптимума номинала и модели Фридмена – Сэвиджа позволит соединить два уровня при принятии решений – локальный, по выбору конкретной ЦБ, и глобальный, на уровне фондовой биржи [3].

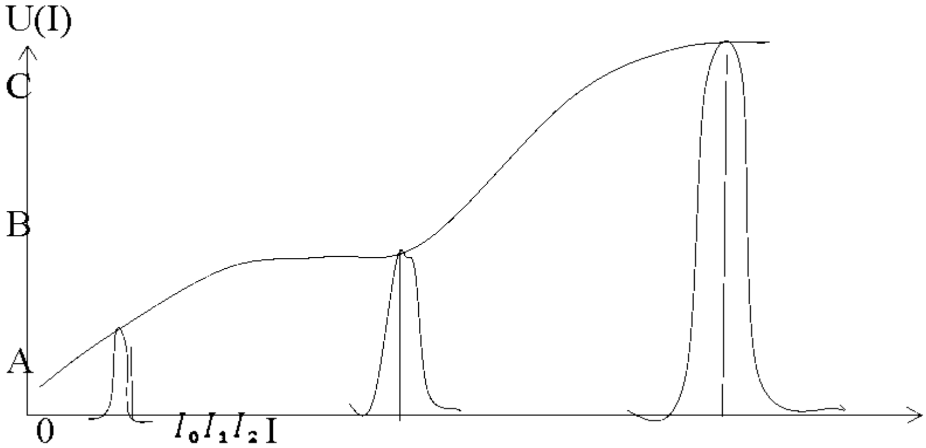


Рисунок 2 – Совмещение кривой полезности по модели ФС
и функции плотности вероятности

Графический аналог такого комплексного использования этих двух моделей может быть представлен в виде рис. 2. На рис. 2 размещение функции плотности вероятности оптимума номинала представлено применительно к нескольким уровням доходности *I* ценной бумаги и соответствующему ему уровню риска и определенной полезности принимаемого решения.

На ось абсцисс (рис. 2) (ось – доход) проецируются соответствующие точки выбранных глобальных стратегий, в которых и будет осуществлена оценка эффективности локального решения по выбору величины номинального значения дохода как производной цены ценной бумаги, определяемой с использованием метода оптимума номинала [4].

Процесс модуляции задачи оптимума номинала. По своей сути и по представленной форме такой процесс принятия локальных решений становится управляемым (модулируемым) с точки зрения оценки их полезности и влияния на величину полезности с учетом риска в соответствии с функцией полезности ФС. Процесс модулирования трансформирует исходный (в данном случае – задачу об оптимуме номинала) в более сложный, который должен описываться более сложной функцией, чем исходный.

Такая постановка задачи позволит распределить процесс принятия управленческих решений по двум уровням их формирования: глобальный, т.е. выбор области допустимых решений страхования или риска, и локальный – при определении величины фактического дохода ценной бумаги с использованием метода оптимума номинала соответственно в области риска или в области страхования.

Предположим, что человек обладает некоторым благом, например, нужным ему продуктом. Потребление этого продукта связано с некоторой его полезностью. По мере потребления этого продукта происходит насыщение им. При этом темпы роста его полезности уменьшаются, сама полезность достигает определенного уровня насыщения. Этот процесс можно описать с помощью функциональной зависимости полезности данного продукта от времени его использования. Применительно к формальному виду функции полезности ФС такая функциональная зависимость в интервале $(I_0 - I_1)$ может быть аппроксимирована с помощью экспоненциальной функции. Такая аппроксимация объясняется еще и тем, что функция полезности ФС в этом интервале ха-

рактеризуется такими ее свойствами, как выпуклость в области страхования принятых решений и явно выраженной тенденцией уменьшения предельной полезности принимаемого решения (соотношение 2):

$$U(I) = e^{al}\ , \tag{2}$$

где U(I) – функция полезности; I – доходность ценной бумаги.

Следует отметить один важный момент процесса потребления – формирование избыточного потребления. При этом возможно такое состояние в изменении полезности потребления, когда наблюдается эффект достижения предела потребления – предела полезности потребления данного продукта.

Интервал ($I_1 - I_2$) характеризуется еще одним важным свойством – выпуклостью вниз функции ФС, моделирующей полезность в условиях риска, а также переходом к полезности принимаемых решений.

На интервале ($I_1 - I_2$) функции полезности ФС характеризуется еще одним важным свойством – выпуклостью вниз, моделирующей полезность в условиях риска. Вышеотмеченные особенности поведения функции полезности ФС позволяют использовать в качестве аппроксимирующей функции логистическую. Логистическая функция имеет для данного случая вид (соотношение 3) [4]:

$$U\left(I\right) = \frac{\gamma}{1+e^{\alpha+\beta l_i+\varepsilon_i}}\ , \tag{3}$$

где γ – координата асимптоты (в данном случае – численное значение предельной полезности); α – постоянная составляющая (в данном случае – ордината численного значения I_2); β – коэффициент, характеризующий угол наклона кривой логистической функции (в данном случае – коэффициент эластичности функции полезности, отражающий изменение полезности при изменении величины I); I_i – независимая переменная (в данном случае – *I*, величина возможного дохода ЦБ); ε_i – погрешность метода.

Одним из преимуществ вышеприведенной аппроксимации соответствующих участков функции полезности ФС является повышение операциональной возможности использования этой функции для обоснования процессов принятия инвестиционных решений.

Комплексный подход позволяет реализовать на локальном уровне процесс принятия решений, модулированный функцией полезности ФС с учетом ее аппроксимации на соответствующих интервалах. В соответствии с этим синтез функции эффективности принятия решения на интервале ($I_0 - I_1$) принимает вид (соотношение 4):

$$\varphi\left(I\right)/\left(l_0 - l_1\right) = \sum C_i \int_{l_0}^{l_1} f\left(I\right) e^{l} dI\ , \tag{4}$$

где f(I) – функция плотности распределения случайной величины I; $f\left(y\right)_{|\alpha}$ – плотность распределения результатов, соответствующая определенной стратегии α.

На интервале ($I_1 - I_2$) синтез функции эффективности принятия решения связан с сочетанием функции оптимума номинала с логистической функцией, аппроксимирующей функцию полезности ФС. Синтезируемая функция имеет вид (соотношение 5):

$$\varphi\left(I\right) = \sum C_i \int_{l_0}^{l_1} f\left(I\right) \frac{\gamma}{1+e^{\alpha+\beta l_i+\varepsilon_i}} dI \tag{5}$$

Соотношения (4) и (5) представляют собой составляющие единого комплексного подхода к процессам принятия инвестиционных решений на рынке ценных бумаг. Использование такого комплексного подхода возможно в процедурах управления торговыми сессиями в рамках функционирования фондовой биржи.

Фильтрация полезного сигнала с использованием гребенчатого фильтра. Реальная практика принятия инвестиционного решения показывает практически бесконечно большое множество точек, соответствующих определенному уровню полезности и соответствующего ему уровню риска. В связи с этим необходимо учитывать либо все множество этих точек, либо то их подмножество, которое будет представлять интерес и с точки зрения инвестора, и с точки зрения состояния экономики в целом (ее макро- и микросоставляющей). Выделение необходимого подмножества точек состояния, т.е. формирование определенного сигнала, представляет собой задачу его фильтрации из исходного множества по некоторому критерию эффективности.

В реальной ситуации будет интересовать некоторый сигнал, поступающий на вход некоторой организационной системы, например, фондовой биржи (ФБ), организация функционирования которой осуществляется в соответствии с определенным регламентом. Принимаемый регламент является частью системы принятия решений в условиях функционирования данной биржи на определенном отрезке времени.

Можно утверждать, что фондовая биржа является инструментом регламентации событий, развивающихся на рынке ценных бумаг (РЦБ). Функционирование фондовой биржи как рыночного института позволяет влиять на изменение состояния РЦБ. Такую регламентацию можно осуществить, используя алгоритм построения расписания осуществления торгов на ФБ, основанный на временном разделении моментов прихода сигнала, в данном случае – информации о ценной бумаге, поступившей на вход ФБ, и о приходе заявки на приобретение определенного вида ценной бумаги. Учитывая, что появляется необходимость преобразования случайного сигнала в детерминированный для организации процесса обслуживания заявки по заранее построенной системе процедур, позволяющей решить задачу выбора заявки, в данном случае ценной бумаги, в соответствии с критерием максимума полезности при определенном уровне риска. Такое преобразование позволяет предлагаемую систему организации принятия решений в определенном смысле представить как некоторый информационный фильтр, использующий принципы построения гребенчатого фильтра, известного в системе обработки радиотехнического сигнала, т.е. классический гребенчатый фильтр.

В системе обработки информации о состоянии РЦБ на уровне фондовой биржи необходимо определить моменты (на основе внутренней статистики ФБ) фиксации данных о ценных бумагах, т.е. цены, количества в пакете, рейтинговая оценка эмитента. Моменты фиксации появления ЦБ возможно организовать как периодически повторяющиеся точки реализации торгов на бирже.

Четным периодам, например, будут соответствовать сделки по ценам, соответствующим максимальному уровню дохода – полезности при ограничениях по уровню риска. Нечетным периодам – ценам с минимальным уровнем дохода. В процессе организации торгов будут представлять интерес точки максимума. В соответствии с этой процедурой необходимо осуществлять выделение сигнала из всего потока, т.е. из шума. Такая процедура соответствует классическому гребенчатому фильтру. Для реализации процессов функционирования ФБ в соответствии с ее назначением, построение «гребенки» должно отражать особенности организации процесса фильтрации, которые заключаются в самом процессе выделения сигнала из шума.

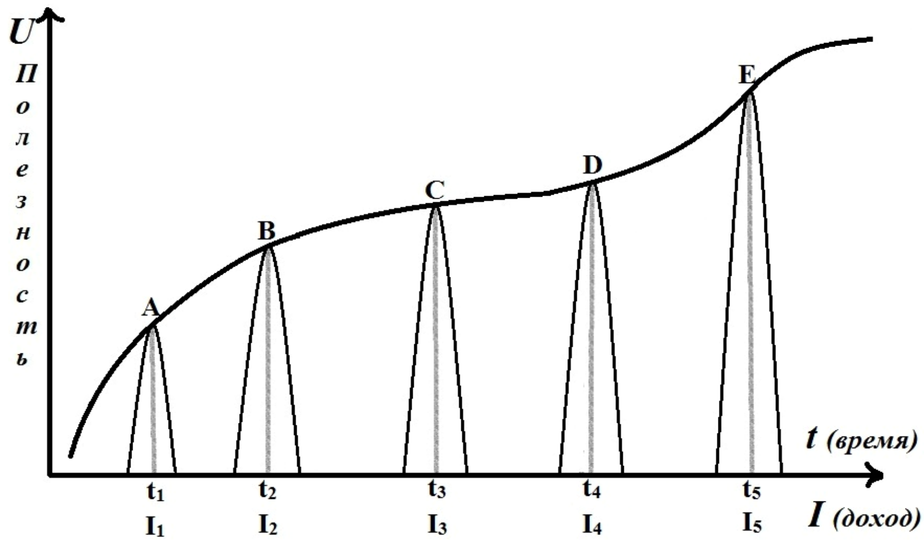


Рисунок 3 – Моделирование гребенчатого фильтра
функцией полезности Фридмена – Сэвиджа

Классический гребенчатый фильтр преобразуется в синтезируемый фильтр с помощью следующей процедуры: в точках максимума осуществляется оценка сигнала по критерию обобщенной функции эффективности оптимума номинала, т.е. осуществляется оценка математического ожидания сигнала и возможный уровень дисперсии в данной точке анализа.

Эта процедура позволяет выделить те составляющие сигнала, которые имеют определенную ценовую составляющую в некотором допустимом поле их разброса. Такое дополнение гребенчатого фильтра еще не решает в полной мере задачу, стоящую перед ФБ, а именно – предупредить инвесторов о неэффективности принимаемых ими решений. Для решения этой задачи предусматривается возможность модулирования амплитуды гребенчатого фильтра функцией Фридмена – Сэвиджа (рис. 3). Такая модуляция гребенчатого фильтра по амплитуде позволяет расширить возможность этого фильтра путем изменения ограничений на амплитуду его характеристики на основе изменяющейся полезности принимаемого решения (точки A, B, C, D, E) [4]. Математическая форма гребенчатого фильтра представлена в виде соотношений (4) и (5) на соответствующих интервалах функции полезности Фридмена – Сэвиджа. Такой фильтр обеспечивает процесс принятия решений по двум критериям: максимум дохода при ограничениях на риск (локальный уровень), максимум полезности при определенном уровне риска и страхования приобретения определенного вида ценной бумаги (глобальный уровень). Разумеется, такой процесс принятия решений с использованием вышеописанной системы моделей возможен на уровне фондовой биржи.

Литература

1. Фридмен М. Анализ полезности при выборе среди альтернатив, предполагающих риск. Теория потребительского поведения и спроса / М. Фридмен, Л.Дж. Сэвидж ; [пер. с англ.]. – СПб. : Экономическая школа, 1993.
2. Фон Нейман Дж. Теория игр и экономическое поведение / Дж. фон Нейман, О. Моргенштерн ; [пер. с англ.]. – М. : Наука, 1970. – 37 с.

3. Иванов А.А. Анализ эффективности механизмов экономической мотивации в системе малого предпринимательства / А.А. Иванов, М.В. Новиков // Экономические и институциальные исследования : альманах научных трудов. – Ростов н/Дону : Изд-во ЮФУ, 2007. – Вып. 4 (24). – 204 с.
4. Новиков М.В. Гребенчатый фильтр в системе принятия инвестиционных решений на рынке ценных бумаг / М.В. Новиков // Искусственный интеллект. – 2010. – № 3. – 519 с.

Literatura

1. Fridmen M. Analiz poleznosti pri vybore sredi al’ternativ, predpolagajushhih risk. Teorija potrebitel'skogo povedenija i sprosa. SPb. : Jekonomicheskaja shkola. 1993.
2. Fon NejmanDzh. Teorija igr i jekonomicheskoe povedenie. M.: Nauka. 1970. 37 s.
3. Ivanov A.A. Jekonomicheskie i institucial'nye issledovanija: al’manah nauchnyh trudov. Rostov n/Donu : Izd-vo JuFU. 2007. Vyp. 4 (24). 204 s.
4. Novikov M.V. Iskusstvennyj intellekt. 2010. № 3. 519 s.

М.В. Новиков
Синтез моделі оптимальної фільтрації сигналу для прийняття рішень на ринку цінних паперів на основі модуляції його корисності
Система прийняття рішень на фондовому ринку в умовах невизначеності заснована на використанні достовірної інформації щодо стану ринку цінних паперів. Вирішення цього завдання можливо шляхом фільтрації корисного сигналу з усього інформаційного потоку, яка може бути здійснена на основі синтезу багаторівневої системи моделей, взаємопов’язаних за критерієм оптимуму корисності: моделі Фрідмана – Севіджа і моделі оптимуму номіналу. У цю систему включається модифікований до умов ринку цінних паперів гребінчастий фільтр, модульований корисністю за критерієм оптимуму номіналу ціни активів підприємства, що формується на торговельній площині фондової біржі.

M.W. Nowikow
Comb-shaped Filter in Systems of Decision Making on Stock Market
Decision making on stock market in condition uncertainty will be based on using real information about stock market. Filtration useful information will be realized on base creation complex level of system of models. This system is coordinate by criteria of optimum nominal of useful: using model of Freedmen – Sawidge utilityand model of optimum of nominal. In this case decision making is realize with use information filter constructing on based these models. Comb-shaped filter is swish in System of models.Comb-shaped filter is using as coordination conformation of filtration processing from over of information stream. That filter is modulated by criteria of optimum of utility price nominal valueof stock.

Статья поступила в редакцию 04.07.2011.